7. KNJIŽNE USPEŠNICE

1. Zlate oči	fantastika	Cankarjeva založba
2. Sprehajalca	ljubezenska zgodba	Kmečki glas
3. Tanek led	kriminalka	Mladinska knjiga
4. Capin	satira	Založba Obzorja
5. Bojevnik	biografija	Didakta

8. TV – TEŽAVE

ponedeljek	poslovni sestanek	Vesolje	sestanek državnikov
torek	koncert	Kviz	poročila
sreda	obiski	nogomet	loto
četrtek	slavnostna večerja	risanka	Lojtrca domačih
petek	trening	TV drama	ČB film

9. PRIKOLICE

A	Benedik	Hrastnik	3 ljudje
B	Lampič	Bled	5 ljudi
C	Stare	Velenje	4 ljudje
D	Ahačič	Naklo	4 ljudje
E	Jelen	Celje	3 ljudje
F	Kepic	Grosuplje	5 ljudi

10. ŠKANDALI

ponedeljek	igralec	tajnica	hotel
torek	minister	pevka	pisarna
sreda	TV voditelj	balerina	zabava
četrtek	nogometaš	poslanka	stanovanje
petek	industrialec	prijateljeva žena	vikend

Tanja in Tomi Soklič

DOKAZOVANJE V IZJAVNEM RAČUNU

Ta članek je bil osnova za izdelavo programirane učne ure logike. Po snovi se nanaša na tisti del izjavnega računa, ki je bil v učnem programu logike za usmerjeno izobraževanje.

V tem članku pravila sklepanja delimo na dve skupini: na pravila uvedbe (introdukcije) in pravila opustitve (eliminacije). V smislu te delitve se oznake, ki jih tu uporabljamo, razlikujejo od oznak v knjigi *Matematika, logika* avtorjev V. Batagelja in I. Hafnerja.

Sistem naravne dedukcije

V tej lekciji se bomo ukvarjali z dokazovanjem in izpeljevanjem v izjavnem računu. Pri **dokazovanju** želimo pokazati, da je dana izjava **tavtologija**, pri **izpeljevanju** pa, da neka izjava B **logično sledi** iz danih **predpostavk** $A_1, \ldots, A_n$. Pri tem moramo vsak korak utemeljiti – povedati moramo, katero pravilo sklepanja smo uporabili. Vsak korak zapisujemo v novo vrstico, ki jo zaznamujemo s številko, da se kasneje lahko nanjo sklicujemo.

Izjavne povezave, ki jih uporabljamo, so:

KONJUNKCIJA	$A \wedge B$	(A in B)
DISJUNKCIJA	$A \vee B$	(A ali B)
NEGACIJA	$\neg A$	(ni res, da je A)
IMPLIKACIJA	$A \Rightarrow B$	(če A, potem B)

Z izjavo $A \wedge B$ trdimo, da velja tako A kot B. Izjava $A \wedge B$ ni resnična, če vsaj ena od izjav A oz. B ni resnična.

Z izjavo $A \vee B$ trdimo, da je resnična vsaj ena izmed izjav A oz. B. Izjava $A \vee B$ ni resnična, če sta obe izjavi A in B neresnični.

Z izjavo $\neg A$ trdimo, da izjava A ni resnična. Izjava $\neg A$ ni resnična, če je A resnična izjava.

Izjava $A \Rightarrow B$ je resnična, če je A neresnična ali če je B resnična izjava. Izjava $A \Rightarrow B$ ni resnična, če je A resnična, B pa ni resnična izjava.

Kot primer pravila sklepanja vzemimo naslednje pravilo:

$$\begin{array}{ll} N_1 & .\neg A \\ N_2 & .B \\ N_3 & \underline{.\neg B} \\ & \quad A \end{array}$$

Pri pogoju, da je resnična dodatna predpostavka $\neg A$ (zapisana v vrstici N_1), sta resnični izjavi B (vrstica N_2) in $\neg B$ (vrstica N_3). To pa je protislovje, zato je resnična izjava A. Ko k izpeljavi zapišemo še izjavo A, dodamo še razlago N_1, N_2, N_3, $E\neg$, ki pravi, da smo novo vrstico dobili iz vrstic N_1, N_2, N_3 s pravilom sklepanja $E\neg$, to je z eliminacijo (E) negacije ($\neg$).

Primer: dokaz izjave $(\neg A \Rightarrow \neg B) \Rightarrow (B \Rightarrow A)$

1	$.\neg A \Rightarrow \neg B$	DP
2	$..B$	DP
3	$...\neg A$	DP
4	$...\neg B$	3, 1 $E\Rightarrow$
5	$..A$	3, 2, 4 $E\neg$
6	$.B \Rightarrow A$	2, 5 $I\Rightarrow$
7	$(\neg A \Rightarrow \neg B) \Rightarrow (B \Rightarrow A)$	1, 6 $I\Rightarrow$

Prve tri vrstice v dokazu so dodatne predpostavke (razlaga DP). Pred vsako dodatno predpostavko smo dodali piko. Izjava, pred katero je N pik, je resnična pri pogoju, da so resnične vse dodatne predpostavke, ki uvajajo 1, 2, ..., N pik.

Če uvedemo dodatno predpostavko z N pikami, potem z njo ukinjamo veljavnost predpostavk, ki so pred to uvedle večje število pik, ohranja pa se veljavnost predpostavk, ki imajo manjše število pik. Ta možnost v našem prvem primeru ne nastopa, srečali pa jo bomo v drugem primeru.

Množica izjav, pred katerimi je N pik, je domena predpostavke, ki pred temi izjavami uvaja N pik. Množica izjav, pred katerimi je $N+1$ pika, je neposredna poddomena; množica izjav, pred katerimi je $N-1$ pik pa neposredna naddomena dodatne predpostavke, ki uvaja N pik.

Ničelna domena je množica izjav, pred katerimi ni pik. To so resnične izjave, ki so bodisi dane v formulaciji naloge ali pa logično sledijo iz teh izjav.

Vrstico 4 smo dobili iz vrstic 3 in 1 s pravilom eliminacije (opustitve) implikacije ($E\Rightarrow$), ki pravi, da iz resničnosti izjav A in $A \Rightarrow B$ sledi resničnost izjave B. V našem primeru, da iz $\neg A$ in $\neg A \Rightarrow \neg B$ sledi $\neg B$.

Vrstico 5 smo dobili iz vrstic 3, 2 in 4 (pazi na vrstni red!) po pravilu eliminacije negacije ($E\neg$). Pri pogoju resničnosti dodatne predpostavke $\neg A$ (vrstica 3), sta namreč resnični tako izjava B (vrstica 2) kot izjava $\neg B$ (vrstica 4). To je protislovje. Zato je resnična izjava A v neposredni naddomeni predpostavke $\neg A$. Iz tega vzroka ena pika manj pred izjavo A.

Pri pogojih resničnosti izjave B (vrstica 2) smo izpeljali izjavo A (vrstica 5). Zato izjava $B \Rightarrow A$ nastopa v neposredni naddomeni predpostavke B. To je pravilo priključitve (uvedbe, introdukcije) implikacije ($I\Rightarrow$). Zato razlaga za peto vrstico: 2, 5 $I\Rightarrow$. Podobno imamo za zadnjo vrstico: 1, 6 $I\Rightarrow$.

Če moramo pokazati, da iz izjav A_1, ..., A_n logično sledi izjava B, najprej predpostavimo, da so resnične izjave A_1, ..., A_n. To so predpostavke ali premise sklepanja. Zato jih zaznamujemo s PR. Pred njimi ne stoji nobena pika.

Dejstvo, da iz izjav A_1, ..., A_n logično sledi izjava B, zapišemo

$$A_1, ..., A_n \models B$$

v posebnem primeru (kadar nimamo premis), pa

$$\models B$$

To pomeni, da je B vedno resnična izjava, ali, drugače rečeno, *tavtologija*.

Za vsako izjavno povezavo bomo vzeli po dve pravili sklepanja (lahko pa bi jih imeli tudi več). Eno pravilo bo povedalo, kako neko izjavno povezavo **uvedemo**, drugo pa, kako se je **znebimo** – kako jo eliminiramo. Naslednja tabela podaja shematično vsa pravila sklepanja in okrajšave, ki jih zapisujemo pri obrazložitvi izpeljave N, N_1 – N_5 so oznake vrstic, ki pa niso nujno različne.

UVEDBA (INTRODUKCIJA) | OPUSTITEV (ELIMINACIJA)

$$\frac{A \quad B}{A \wedge B} \qquad N_1,\ N_2\ \ I\wedge$$

$$\frac{A \wedge B}{A} \qquad \frac{A \wedge B}{B} \qquad N\ \ E\wedge$$

$$\frac{A}{A \vee B} \qquad \frac{B}{A \vee B} \qquad N\ \ I\vee$$

$$\frac{A \vee B \quad \begin{array}{c} .A \\ .C \end{array} \quad \begin{array}{c} .B \\ .C \end{array}}{C} \qquad N_1,\ N_2,\ N_3,\ N_4,\ N_5\ \ E\vee$$

$$\frac{\begin{array}{l} .A \\ .B \\ .\neg B \end{array}}{\neg A} \qquad N_1,\ N_2,\ N_3\ \ I\neg$$

$$\frac{\begin{array}{l} .\neg A \\ .B \\ .\neg B \end{array}}{A} \qquad N_1,\ N_2,\ N_3\ \ E\neg$$

$$\frac{\begin{array}{l} .A \\ .B \end{array}}{A \Rightarrow B} \qquad N_1,\ N_2\ \ I\Rightarrow$$

$$\frac{A \quad A \Rightarrow B}{B} \qquad N_1,\ N_2\ \ E\Rightarrow$$

Pri obrazložitvi vrstice torej nastopa deset možnosti:

$I\wedge$ Pravilo uvedbe (I) konjunkcije ($\wedge$) pravi, da lahko dodamo k izpeljavi izjavo $A \wedge B$, če že imamo izjavi A (vrstica N_1) in B (vrstica N_2). Razlago zapišemo N_1, N_2 $I\wedge$.

$E\wedge$ Pravilo opustitve (E) konjunkcije pravi, da lahko k izpeljavi dodamo izjavo A ali pa izjavo B, če smo že izpeljali izjavo $A \wedge B$ (vrstica N). Razlago okrajšano zapišemo N $E\wedge$.

$I\vee$ Pravilo uvedbe (I) disjunkcije ($\vee$) pravi, da lahko k izpeljavi dodamo izjavo $A \vee B$, če smo že izpeljali izjavo A ali pa B (vrstica N). Razlago zapišemo N $I\vee$.

$E\vee$ Pravilo opustitve (E) disjunkcije ($\vee$) pravi, da lahko k izpeljavi dodamo izjavo C, če smo že izpeljali izjavo $A \vee B$ (vrstica N_1), da smo pri dodatni predpostavki A (vrstica N_2) izpeljali C (vrstica N_3) in da smo pri dodatni predpostavki B (vrstica N_4) izpeljali C (vrstica N_5). Razlaga: N_1, N_2, N_3, N_4, N_5 $E\vee$.

$I\neg$ Pravilo uvedbe (I) negacije ($\neg$) pravi, da lahko k izpeljavi dodamo izjavo $\neg A$ pri pogoju, da pri dodatni predpostavki A veljata izjavi B (vrstica N_2) in $\neg B$ (vrstica N_3). Razlaga je: $N_1,\ N_2,\ N_3,\ I\neg$.

$E\neg$ Pravilo opustitve (E) negacije ($\neg$) pravi, da lahko k izpeljavi dodamo izjavo A, če pri dodatni predpostavki $\neg A$ (vrstica N_1) veljata tako B (vrstica N_2) kot $\neg B$ (vrstica N_3). Razlaga je: $N_1,\ N_2,\ N_3\ E\neg$.

$I\Rightarrow$ Pravilo uvedbe (I) implikacije ($\Rightarrow$) dovoljuje, da k izpeljavi dodamo izjavo $A \Rightarrow B$, če smo pri dodatni predpostavki (DP) A (vrstica N_1) izpeljali B (vrstica N_2). Razlaga je: $N_1,\ N_2\ I\Rightarrow$.

$E\Rightarrow$ Pravilo opustitve (E) implikacije ($\Rightarrow$) pravi, da lahko k izpeljavi dodamo izjavo B, če smo že izpeljali izjavi A (vrstica N_1) in $A \Rightarrow B$ (vrstica N_2). Razlaga je: $N_1,\ N_2,\ \ E\Rightarrow$.

DP Dodatna predpostavka (DP) nastopa, kadar rečemo: predpostavimo, da velja tudi A. Pred A je zapisano nekaj pik, kar pomeni, da smo že privzeli tiste izjave, ki uvajajo manjše število pik. Razlaga je: DP.

PR Predpostavke ali premise (PR) so tiste izjave, ki jih na začetku privzamemo za resnične. Pred njimi ni nobene pike. Izjave, ki logično sledijo iz premis, so zato tudi resnične. Razlaga je: PR.

Primer: $A \Rightarrow \neg B,\ A \Rightarrow \neg C,\ \neg C \Rightarrow A,\ B \vee C \models \neg A \wedge C$.

Dokaz.

1	$A \Rightarrow \neg B$	PR
2	$A \Rightarrow \neg C$	PR
3	$\neg C \Rightarrow A$	PR
4	$B \vee C$	PR
5	$.B$	DP
6	$..A$	DP
7	$..\neg B$	6, 1 $E\Rightarrow$
8	$.\neg A$	6, 5, 7 $I\neg$
9	$.C$	DP
10	$..A$	DP
11	$..\neg C$	10, 2 $E\Rightarrow$
12	$.\neg A$	10, 9, 11 $I\neg$
13	$\neg A$	4, 5, 8, 9, 12 $E\vee$
14	$.\neg C$	DP
15	$.A$	14, 3 $E\Rightarrow$
16	C	14, 15, 13 $E\neg$
17	$\neg A \wedge C$	13, 16 $I\wedge$

Vaja: Preberi dokaz in razlago.

Če dodamo še dodatna pravila sklepanja, se nam bodo dokazi še skrajšali. Toda že ta sistem dokazovanja se kar dobro ujema z vsakdanjim dokazovanjem v matematiki, zato mu tudi rečemo *sistem naravne dedukcije.* Drugo ime za takšno dokazovanje je *metoda supozicije ali predpostavke*, zaradi značilnega dokazovanja, ko rečemo *"pa recimo, da velja A"*, in nato sklepamo tako, da upoštevamo tudi to dodatno predpostavko.

Računalniški program naj bi bil narejen tako, da mora učenec vpisati razlago za dani dokaz oz. izpeljavo. Če naredi napako, se mu v pomoč na ekranu izpišejo pravila sklepanja; nato mora ponovno vpisati razlago.

Naloge

1. Dopolni izpeljave z razlago:

a)

1	$A \Rightarrow B$	?
2	$C \Rightarrow D$	?
3	$.A \wedge C$	?
4	$.A$	?
5	$.C$	?
6	$.B$	?
7	$.D$	?
8	$.B \wedge D$	?
9	$A \wedge C \Rightarrow B \wedge D$	?

b)

1	$A \Rightarrow B$	?
2	$C \Rightarrow D$	?
3	$A \vee C$	?
4	$.A$	?
5	$.B$	?
6	$.B \vee D$	?
7	$.C$	?
8	$.D$	?
9	$.B \vee D$	?
10	$B \vee D$	?

c)

1	$A \Rightarrow B$	?
2	$A \Rightarrow C$	?
3	$\neg B \vee \neg C$	?
4	$.\neg B$	?
5	$..A$	?
6	$..B$	?
7	$.\neg A$	?
8	$.\neg C$	?
9	$..A$	?
10	$..C$	?
11	$.\neg A$	?
12	$\neg A$	?

2. Dopolni izpeljave:

a)

1	$A \Rightarrow B$	?
2	$B \Rightarrow C$	?
3	?	DP
4	?	3, 1 $E\Rightarrow$
5	?	4, 2 $E\Rightarrow$
6	$A \Rightarrow C$	3, 5 $I\Rightarrow$

b)

1	$\neg A$	?
2	$A \vee B$	?
3	?	DP
4	?	DP
5	?	4, 3, 1 $E\neg$
6	?	DP
7	B	2, 3, 5, 6, 6 $E\vee$

c)

1	$A \wedge \neg B$	?
2	$C \Rightarrow B$	?
3	$\neg B \wedge (C \vee A)$	?
4	A	?
5	$\neg B$	?
6	$C \vee A$	?
7	$.C$	?
8	?	7, 2 $E\Rightarrow$
9	?	7, 8, 5 $I\neg$
10	?	4, 5 $I\wedge$
11	$(A \wedge \neg B) \wedge \neg C$	?

Izidor Hafner

DOKAZ

Bralce, ki jih zanima reševanje logičnih ugank, je prav gotovo razveseljevala knjiga *Alica v deželi ugank* ameriškega logika Raymonda Smullyana.

Liki iz *Alice v čudežni deželi* in *Alice v ogledalu* (obe imamo v slovenskem prevodu) angleškega pisatelja, logika in matematika Lewisa Carrolla nastopajo v *Alici v deželi ugank* v skoraj sto logičnih ugankah. Tu so uganke za desetletnike in za odrasle, vsak lahko najde kaj zase.

Znani ameriški sestavljalec ugank Martin Gardner za to knjigo pravi, da se jo splača prebrati celo, če ne bi rešili niti ene same uganke. Torej gre za povest z ugankami.

Za naše nadaljnje delo izpustimo dogodke in povzemimo le nekaj ugank iz tretjega poglavja, ki niso pretežke. Za vse te uganke velja, da so osebe, ki nastopajo v njih, bodisi popolnoma nore (vse, kar je prav, je zanje napačno in vse napačno je zanje pravilno) ali pa zdrave pameti (tisto, kar mislijo, je stoodstotno pravilno). Ugotoviti moramo, kako je z zdravjem likov, ki nastopajo v uganki.

1. Gosenica in kuščar

Gosenica misli, da sta ona in kuščar Bill oba nora.

2. Kuharica in mačka

Kuharica meni, da ona in mačka nista obe pri zdravi pameti.

3. Lakaj ribak in lakaj žabec

Ribak misli, da je z njim in žabcem enako – le da sta oba pri zdravi pameti ali oba nora.

REŠITVE

1. Če je gosenica pri zdravi pameti, potem je tisto, kar pravi, to je, da sta oba – ona in kuščar Bill – nora, resnica, in obratno: če sta oba nora, potem ima gosenica prav.

Vzemimo, da je gosenica pri zdravi pameti. Torej sta tako ona kot kuščar Bill nora. To pomeni, da je gosenica nora. To pa je nemogoče (da je gosenica pri pameti in še nora). Zato je predpostavka, da je gosenica pri pameti, napačna.

Vzemimo, da je Bill nor. Ker je gosenica nora, sta oba nora. Potem je res, kar meni gosenica, to je, da sta oba nora. Torej je gosenica pri zdravi pameti. To pa ni možno, zato je predpostavka, da je Bill nor, napačna. Bill je torej pri zdravi pameti.

Torej: Bill je popolnoma zdrav, gosenica pa nora.

Zdaj prepišimo ta dokaz nekoliko drugače, predvsem vsak stavek v svojo vrstico, tiste stavke, ki so odvisni od dodatne predpostavke (ko npr. rečemo: *Vzemimo, da je gosenica pri zdravi pameti*), umaknimo za eno mesto, ki ga zaznamujemo z $\star$.

1. Če je gosenica pri zdravi pameti, potem sta ona in Bill oba nora (dani podatek).
2. Če sta ona in Bill oba nora, potem je gosenica pri zdravi pameti (dani podatek).
3. ⋆ Recimo, da je gosenica pri zdravi pameti (dodatna predpostavka).
4. ⋆ Potem sta oba nora (sledi iz 3 in 1).
5. ⋆ Gosenica je torej nora (sledi iz 4).
6. Gosenica je torej v resnici nora (pri predpostavki, da je gosenica pri zdravi pameti, velja, da je tako pri pravi kot nora, to pa je protislovje, zato je nora.)
7. ⋆ Vzemimo, da je Bill nor (dodatna predpostavka).
8. ⋆ Potem pa sta oba nora (sledi iz 6 in 7).
9. ⋆ Torej je res, kar meni gosenica (sledi iz 8 in 2) - to pa ni mogoče, saj je gosenica nora, zato:
10. Bill ni nor.
11. Končno: Bill je pri zdravi pameti, gosenica pa je nora (sledi iz 10 in 6).

Formalizirajmo dokaz še v izjavnem računu. Zato uvedimo naslednje enostavne izjave

$G \equiv$ Gosenica je pri zdravi pameti.
$B \equiv$ Kuščar Bill je pri zdravi pameti.

Izpeljava poteka takole:

1	$G \Rightarrow \neg G \wedge \neg B$	PR
2	$\neg G \wedge \neg B \Rightarrow G$	PR
3	$.G$	DP
4	$.\neg G \wedge \neg B$	3, 1 $E\Rightarrow$
5	$.\neg G$	4 $E\wedge$
6	$\neg G$	3, 3, 5 $I\neg$
7	$.\neg B$	DP
8	$.\neg G \wedge \neg B$	6, 7 $I\wedge$
9	$.G$	8, 2 $E\Rightarrow$
10	B	7, 9, 6 $E\neg$
11	$B \wedge \neg G$	10, 6 $I\wedge$

Pokazali smo, da iz premis (PR) oz. predpostavk 1 in 2 logično sledi zaključek 11. To zapišemo tudi takole:

$$G \Rightarrow \neg G \wedge \neg B, \quad \neg G \wedge \neg B \Rightarrow G \models B \wedge \neg G$$

Izjava 3 je dodatna predpostavka (DP) ali dodatni pogoj. Če privzamemo še to predpostavko, sledi izjava 4 in to iz izjav 3 in 1 po pravilu eliminacije implikacije (zato oznaka 3, 1 $E\Rightarrow$). Izjava 5 sledi iz 4 po pravilu eliminacije (opustitve) konjunkcije (zato 4 $E\wedge$).

Pri dodatnem pogoju G (vrstica 3) veljata tako G (vrstica 3) kot $\neg G$ (vrstica 5). To pa je protislovje. Zato G ne drži, to pomeni, da drži $\neg G$.

Vrstica 7 je dodatna predpostavka. Vrstica 8 sledi iz vrstic 6 in 7 po pravilu uvedbe ali introdukcije konjunkcije. Zato pojasnilo 6, 7 $I\wedge$. Vrstica 9 sledi iz 8 in 2 po pravilu eliminacije implikacije (zato 8, 2 $E\Rightarrow$). Pri pogoju $\neg B$ sta resnični tako G (vrstica 9) kot $\neg G$ (vrstica 6). To pa je protislovje, zato velja B. Pojasnilo je 7, 9, 6 $E\neg$, saj smo negacijo odpravili.

Vrstica 11 sledi iz 10 in 6 z introdukcijo (uvedbo) konjunkcije. Zato 10, 6 $I\wedge$.

2. 1. Če kuharica govori resnico, vsaj ena od njiju laže. (Pogoj naloge.)
2. Obratno: Če ena od njiju laže, je kuharica pri zdravi pameti. (Pogoj.)
3. ⋆ Pa recimo, da je kuharica nora. (Predpostavka ali supozicija.)
4. ⋆ Potem je seveda vsaj ena od obeh nora in zato vedno laže.
5. ⋆ Tedaj pa je kuharica pri zdravi pameti. (Sledi iz 4 in 2.)
6. Torej je kuharica pri zdravi pameti. (Saj smo pri nasprotni predpostavki, da je nora, prišli do protislovja.)
7. Potem pa vsaj ena od njiju ni pri zdravi pameti. (Sledi iz 1.)
8. Ker pa je kuharica pri zdravi, mora biti mačka nora.
9. Kuharica je torej pri zdravi pameti, mačka pa je nora.

Za formalizacijo druge naloga uvedimo oznake:

$K \equiv$ Kuharica je pri zdravi pameti.
$M \equiv$ Mačka je pri zdravi pameti.

Izpeljava poteka takole:

1	$K \Rightarrow \neg K \vee \neg M$	PR
2	$\neg K \vee \neg M \Rightarrow K$	PR
3	$.\neg K$	DP
4	$.\neg K \vee \neg M$	3 $I\vee$
5	$.K$	4, 2 $E\Rightarrow$
6	K	3, 5, 3 $E\neg$
7	$\neg K \vee \neg M$	6, 1 $E\Rightarrow$
8	$\neg M$	6, 7 (A, $\neg A \vee B \models B$)
9	$K \wedge \neg M$	6, 8 $I\wedge$

3. Iz danih podatkov ni mogoče sklepati, kaj je z ribakom, lahko pa izpeljemo, da je žabec pri zdravi pameti:

Ribak je bodisi pri pravi ali pa nor.
⋆ Recimo, da je ribak pri pravi.
⋆ Potem je tudi žabec pri pravi. (Saj ribak govori resnico in pravi, da sta oba istega tipa.)
⋆ Sedaj pa predpostavimo, da je ribak nor.
⋆ Potem pa je žabec pri pravi. (Saj sta različnih vrst, ribak pa je nor.)
Žabec je torej pri pravi.

Označimo:

$R \equiv$ Ribak je pri pravi.
$\check{Z} \equiv$ Žabec je pri pravi.

1.	$R \Leftrightarrow (R \Leftrightarrow \check{Z})$	(pogoj naloge)
2.	$R \vee \neg R$	(to je vedno res)
3.	$.R$	(dodatna predpostavka)
4.	$.R \Leftrightarrow \check{Z}$	(sledi iz 3 in 1 po $A,\ A \Leftrightarrow B \models B$)
5.	$.\check{Z}$	(sledi iz 3 in 4)
6.	$.\neg R$	(dodatna predpostavka)
7.	$.\neg(R \Leftrightarrow \check{Z})$	(sledi iz 6 in 1)
8.	$.\check{Z}$	(sledi iz 6 in 7 po zakonu $\neg A,\ \neg(A \Leftrightarrow B) \models B$)
9.	$\check{Z}$	(sledi iz 2, 3, 5, 6, 8)

Pri reševanju smo uporabili še dve novi pravili sklepanja.

Izidor Hafner

RAZPIS ZA NAJBOLJŠO LOGIČNO NALOGO

Tudi v tem šolskem letu vabimo bralce, da prispevajo svoje logične naloge. Vsaka naloga mora biti opremljena z rešitvijo, imenom in priimkom ter starostjo sestavljalca. Navedite tudi letnik oziroma razred ter šolo, ki jo obiskujete.

Tokrat naj naloge pokažejo uporabnost logike v drugih vedah in vsakdanjem življenju. Primer enostavnejše take naloge:

KEMIKI IN ELEMENTI

Ljudje smo kemijo uporabljali že od nekdaj. Že v predantiki so poznali nekaj elementov, kasneje (v 18. stoletju) pa so jih že "množično" odkrivali in imenovali.

Znanstveniki *J. Priestly*, *H. Cavendish*, *M. Curie* in *M. Perey* so odkrili štiri elemente: *Po* (polonij), *O* (kisik), *H* (vodik), *Fr* (francij) v letih 1766, 1772, 1898 in 1939. Prva dva znanstvenika sta moška, ostali dve pa ženski. Kdaj in kdo je odkril navedene elemente?

To ugotovite s pomočjo naslednjih trditev:

1. Marie Curie se je rodila leta 1867. Odšla je v Francijo in se tam poročila s Pierrom – prav tako znanstvenikom. Umrla je leta 1934.
2. Francij je odkrila ženska in ga leta 1947 imenovala po svoji (rojstni) domovini.
3. Vodik in kisik sta bila odkrita v istem obdobju.
4. Priestly je odkril svoj element kasneje, kot je bil odkrit vodik.

MATEMATIČNA LINGVISTIKA

Od leta 1982 v Bolgariji potekajo tekmovanja v matematični in računalniški lingvistiki. Običajno se zastavijo trije problemi, ki jih je treba rešiti v 4 urah. Naloge niso standardne, vsebujejo potrebne informacije za rašitev in ne zahtevajo posebnega predznanja. Predpostavlja se, da imajo dijaki dobro lingvistično osnovo, da so sposobni logično misliti in da pristopajo problemom hevristično. Tekmovanja se udeležujejo učenci od 13 do 18 leta starosti.

Zastavljene probleme lahko razvrstimo v 6 skupin:
1) prevajanje
2) števniki
3) koledar in čas
4) dekodiranje
5) enostavni raziskovalni problemi računalniške lingvistike
6) lingvistični problemi kombinatorične in logične narave

Tule je nekaj zgledov:

1. Problemi prevajanja

Problemi prevajanja so lahko na ravni besed ali stavkov. V prvem primeru je dano n ($n \geq 2$) besed in njihovih prevodov v neznan jezik, vendar v drugem vrstnem redu. Najti je treba dejansko prireditev. V drugem primeru je običajno dano n ($n \geq 2$) stavkov in njihovih prevodov, iz katerih moramo izpeljati različne morfološke, sintaktične in semantične lastnosti neznanega jezika. Na osnovi tega je potrebno prevesti nekaj stavkov v neznan jezik.

Problem 1. Spodaj so zapisane besede v starodavnem indijskem jeziku *sanskritu* in njihovi prevodi v angleščino, toda v drugem vrstnem redu:

yah, tatha, sarvatra, ekah, yada, tatra, yatra, sarvah
everywhere, where, everybody, when, who, so, there, (the) same one

a) Poišči korespondenco.
b) Prevedi v sanskrit: always, in every way, how, simultaneously, then.

Rešitev: Takšne in podobne probleme najlaže rešujemo z ureditvijo besed v tabele. Besede znanega jezika uredimo glede na pomen ali funkcijo, besede neznanega jezika pa po skupnih korenih, priponah in predponah. Besede v angleščini po pomenu razvrstimo glede kraja (where, there, everywhere), načina (so), časa (when) in osebe (who, everyone, same one), vprašalne zaimke (neznano) (when, where, who), zaimke, ki izražajo splošnost (everyone, everywhere), konkretnost (so, there) ali identičnost (same one). Tako lahko zgradimo tabeli