

## Mastermind

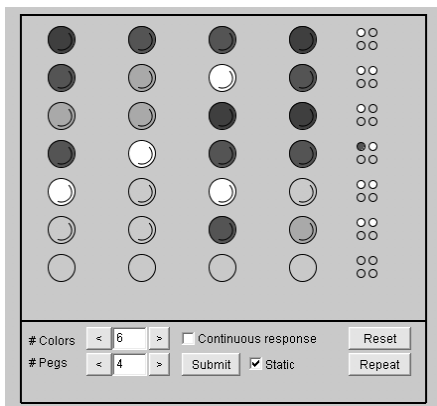
Mastermind je igra za dve osebi, v kateri ena oseba (sestavljavec) izbere štirimestno šifro, ki jo mora druga oseba (reševalec) streti. Igro je l. 1970 iznašel Izraelec Mordacai Meirowitz. Od leta 1971 ima za njeno izdelavo ekskluzivno pravico podjetje Invicta Plastic, vendar pa obstajajo različne verzije tudi za igranje prek medmrežja, v katerih ima računalnik vlogo sestavljavca.



Sestavljaivec izbere šifro v obliki zaporedja štirih barv ( $c_1, c_2, c_3, c_4$ ) (lahko tudi števk) iz dane množice šestih barv (števk). Pri tem je ponavljanje dovoljeno. Reševalec poskuša uganiti šifro. Po vsakem uganjevanju ( $g_1, g_2, g_3, g_4$ ) sestavljaivec odgovori z dvema številoma. Prvo je število natančnih ujemanj, to je število resničnih stavkov  $ck=g_k, k=1, \dots, 4$ . Drugo je število približnih ujemanj, to je število, ko se barva ujema, mesto pa ne.

Drugo število je definirano nekoliko dvoumno. Če uganjevanje vsebuje isto barvo na več mestih, nastane zanimiva situacija. Kaj je pravilen odgovor na uganjevanje 1123, če je skrita šifra 0145? Implicitno se predpostavlja, da se odgovor nanaša na eno in samo eno mesto in da ima izračun natančnih ujemanj prednost pred izračunom delnih ujemanj. Za zgornji primer torej velja, da je število natančnih ujemanj 1, število delnih ujemanj pa 0.

Še boljše bo, da za drugo število podamo formulo. Naj bo ni število nastopanj barve i v šifri in mi število te barve v uganjevanju. Potem se barva i ujema  $\min(n_i, m_i)$  krat. Celotno število ujemanj je vsota teh števil po vseh barvah. Ker se najprej izračuna število natančnih ujemanj, je število delnih ujemanj enako:  $\min(n_1, m_1) + \min(n_2, m_2) + \min(n_3, m_3) + \min(n_4, m_4) + \min(n_5, m_5) + \min(n_6, m_6) - \text{število natančnih ujemanj}$ .



Igra ima tudi različne izpeljanke. Ena je ta, da morajo biti žetoni različnih barv. V tem primeru imamo namesto 1296 različnih šifer samo še 360 različnih možnosti. Druga inačica je, da odgovarjamo samo z natančnimi ujemanji, kar igro oteži. Knuth je dokazal, da reševalec lahko najde rešitev v manj kot šestih poskusih. Tej inačici lahko rečemo *dinamični mastermind*. Ghvatal je v [1] omenil problem iskanja minimalnega števila ugibanj, ki jih mora reševalec dati vse naenkrat (to je, ne da bi vsakič posebej čakal na odgovor), da se da določiti šifro. Če vzamemo inačico z dvema mestoma in tremi barvami, potem ugibanji (0,2) in (1,2) določata šifro. To lahko vidimo tako, da izpišemo vseh 9 možnih šifer in sestavljavčev odgovor na obe ugibanji. Vidimo, da so odgovori vselej različni:

(0, 0) - (10 00)  
(0, 1) - (10 01)  
(0, 2) - (20 10)  
(1, 0) - (01 10)  
(1, 1) - (00 10)  
(1, 2) - (10 20)  
(2, 0) - (02 01)  
(2, 1) - (01 02)  
(2, 2) - (10 10)

Taki igri pravimo *statični mastermind*. Greenwell je našel šest ugibanj, ki vedno določijo šifro v primeru 6 barv in 4 mest:

(0, 1, 1, 0), (1, 2, 4, 3), (2, 2, 0, 0), (3, 4, 1, 3), (4, 5, 4, 5), (5, 5, 3, 2).

L. 2002 je Andy Lewicki našel še dve taki kombinaciji:

(0, 3, 5, 1), (2, 2, 5, 0), (3, 2, 0, 3), (4, 1, 4, 1), (4, 4, 0, 5), (5, 5, 2, 3),  
(0, 3, 4, 0), (2, 2, 5, 0), (3, 2, 0, 3), (4, 1, 4, 1), (4, 4, 0, 5), (5, 5, 2, 3).

L. 2003 je Petr Felzmann našel ugibanja (0, 0, 1), (0, 2, 2), (3, 1, 2) za primer 4 barv in 3 mest.

Na domači strani T. Nelsona [3] lahko najdemo zaporedja uganjevanj za različne variante statičnega masterminda kot tudi strategijo za klasični dinamični mastermind. Mi smo povzeli podatke po [4]. Ti podatki in strategije omogočajo izdelavo logičnih nalog.

[1] V. Chvatal, Mastermind, *Combinatorica* 3 (1983), 325–329.

[2] D. E. Knuth, The Computer as a Master Mind, *Journal of Recreational Mathematics* 9 (1976–77), 1–6.

[3] T. Nelson, <http://www.tnelson.demon.co.uk>

[4] <http://manifesto.cut-the-knot.org/Curriculum/Games/Mastermind.html>