ŠOLA LOGIKE
TRIRAZSEŽNI LOGIČNI PROBLEMI
– TRETJI DEL –

Kadar smo iskali bijektivno preslikavo med množico imen $\{A, B, C, D\}$ in množico poklicev $\{a, b, c, d\}$, smo takšno nalogo reševali s tabelo.

	a	b	c	d
A			×	
B				
C				
D				

Osenčitev (prekrižanje ali vpis "NE") mesta s koordinatma (A, c) je pomenila, da oseba A ni po poklicu c.

Seveda bi isto dejstvo ponazorili tudi s krožci.

$$\begin{array}{c|cccc} & a & b & c & d \\ \hline A & \circ & \circ & \bullet & \circ \\ B & \circ & \circ & \circ & \circ \\ C & \circ & \circ & \circ & \circ \\ D & \circ & \circ & \circ & \circ \end{array}$$

Krožec (A, c) smo osenčili. Dejstvo, da A ni po poklicu c, smo imenovali elementarna prepoved.

Nalogo, kjer iščemo bijektivne preslikave med tremi množicami, smo predstavili s tremi tabelami, kot na primer

	δ	γ	β	α
a	×			
b				
c	×	×		×
d				

	A	B	C	D
a			×	×
b				×
c		×		
d				

	A	B	C	D
α	×	×		
β			×	
γ		×	×	
δ				

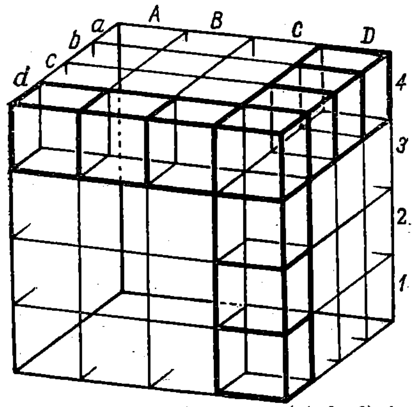
Prekrižanje mesta (c, B) pomeni, da c ni po poklicu B. Takšna elementarna prepoved povezuje le dve od treh koordinat. Če bi bilo podano dejstvo, da trojka (A, b, β) ne predstavlja povezane trojke, tedaj tega dejstva ne moremo grafično predstaviti s tremi tabelami. S tem ni mišljeno, da na primer, A ni v povezavi z b (ali A z β), ampak, da vsaj ena od treh koordinat ni prava.

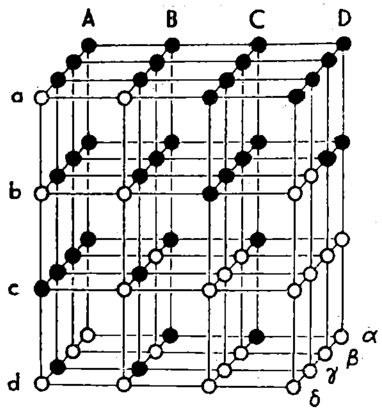
To dejstvo bi lahko izrazili na enega od načinov:

Če ima A poklic b, potem se ne piše β.
Če se A piše β, potem po poklicu ni b.
Če ima β poklic b, potem mu ni ime A.

Elementarno prepoved te vrste bi lahko predstavili v prostoru s kocko, podeljeno na $4 \times 4 \times 4$

manjših kockic. Slika takšne kocke kaže, da osenčitev ne bi dala jasne predstavitve naloge (slika levo spodaj). Zato pa da dobro preglednost predstavitev s prostorsko mrežo kroglic (slika desno).





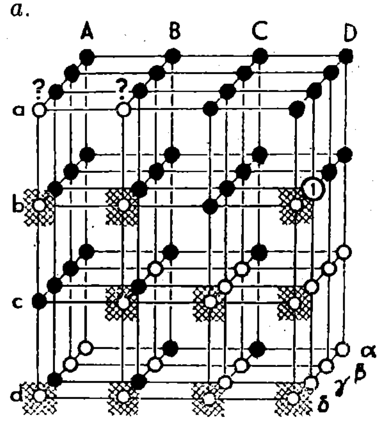
Kroglica s koordinatami (A, b, β) je osenčena. Logična naloga v tem primeru sestoji iz iskanja 4 točk s koordinatami iz množic $\{A, B, C, D\}$, $\{a, b, c, d\}$ in $\{\alpha, \beta, \gamma, \delta\}$, tako da vsaka koordinata nastopa natanko enkrat.

Koordinate a, b, c, in d pomenijo vodoravne sloje, koordinate A, B, C, D in α, β, γ, δ pa vertikalne sloje v dveh medsebojno pravokotnih smereh. Osenčene kroglice pomenijo elementarne prepovedi, med prostimi (neosenčenimi) pa moramo poiskati 4, ki bodo ležale v različnih slojih. Ker imamo v vsakem sloju vsaj dve prosti mesti, ne moremo neposredno najti nobene delne rešitve naloge.

V zgornjem vodoravnem sloju (a) imamo dve prosti mesti. Eno bo pomenilo delno rešitev (če je naloga enolično rešljiva). Ker sta obe prosti mesti na preseku vodoravnega sloja a in navpičnega sloja δ, je delna rešitev

$$a - A - \delta \text{ ali } a - B - \delta.$$

Potem je $a - \delta$ delna rešitev v primeru treh tabel. Ker pa koordinata δ nastopa v rešitvi samo enkrat, moramo osenčiti vsa prosta mesta na sloju δ, razen dveh na preseku s slojem a.

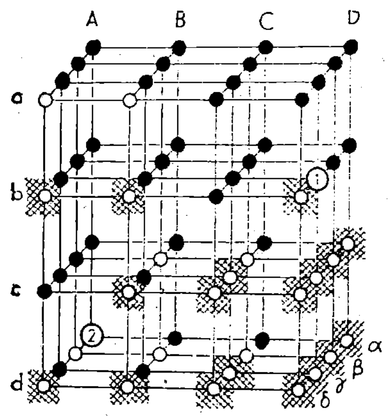


Zdaj imamo v vodoravnem sloju b samo eno prosto mesto (1), ki pomeni delno rešitev

$$b - D - \gamma.$$

Nato osenčimo vse preostala prosta mesta v slojih D in γ. V sloju α imamo le eno prosto mesto, ki nam da delno rešitev (2)

$$d - B - \delta.$$



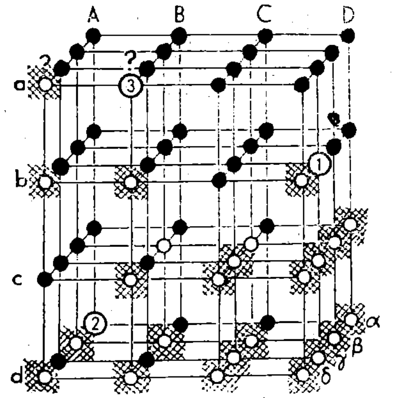
Ko osenčimo preostala prosta mesta na slojih d in A, nam na sloju a ostane prosto mesto (3)

$$a - C - \beta.$$

Ko osenčimo še prosta mesta sloja B, nam ostane le še prosto mesto (4)

$$c - C - \beta.$$

Ta naloga ima enako rešitev kot naloga, podana s tremi tabelami desno spodaj (prepričaj se sam).



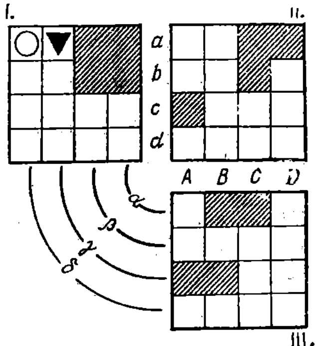
	α	β	γ	δ
a			×	×
b			×	×
c				
d				

	A	B	C	D
a			×	×
b			×	
c	×			
d				

	A	B	C	D
α		×	×	
β				
γ	×	×		
δ				

Primerjajmo reševanje s prostorsko mrežo in reševanje s tremi tabelami. Pri prvem smo najprej ugotovili, da je delna rešitev

$$a - A - \delta \text{ ali } a - B - \delta.$$



Temu ustreza delna rešitev, ki jo ponazarja krožec na sliki. Da bi prišli do te delne rešitve, moramo najprej ugotoviti, da povezava $a - \gamma$ ni možna (trikotnik). (To ugotovimo s pravilom dopolnjevanja na vrsticah a in γ.) V prostorski mreži prepovedi $a - \gamma$ ustrezajo štiri mesta na preseku slojev a in γ. Tu ne potrebujemo nobenih dodatnih sklepov - dovolj je, da pogledamo sliko.

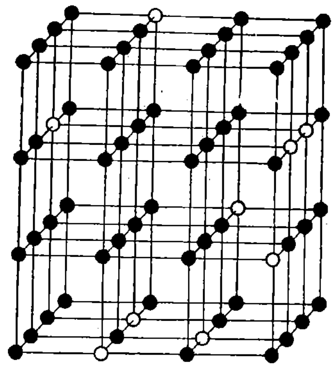
Lahko torej rečemo, da nam prostorska predstavitev daje več podatkov (vsaj v smislu informacije, ki je ni treba dodatno obdelovati) kot predstavitev s tremi tabelami.

Vzemimo nalogo na sliki levo spodaj. Zgradimo ustrezno prostorsko mrežo (slika desno), tako da za vsako elementarno prepoved v tabeli (na primer $A - d$) osenčimo vse kroglice na na preseku ustreznih slojev (A in d).

	α	β	γ	δ
a	×		×	
b	×			
c		×	×	
d				×

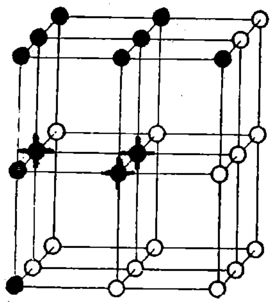
	A	B	C	D
a			×	×
b		×	×	
c	×	×		
d	×			

	A	B	C	D
α	×			×
β			×	
γ	×	×		
δ			×	



Iz prostorske predstavitve hitro sledi elementarna prepoved $A - a$. Kako bi do nje prišli pri tabelarični predstavitvi?

Oglejmo si obraten primer. Imejmo logično nalogo, predstavljeno s prostorsko mrežo na sliki levo spodaj. Kako dobiti ustrezno predstavitev s tremi tabelami? Edino direktno pravilo je: *če so na preseku dveh slojev same osenčene kroglice, moramo osenčiti ustrezno mesto v eni od tabel.* Tako dobimo predstavitev na sliki desno



×		

×	×	

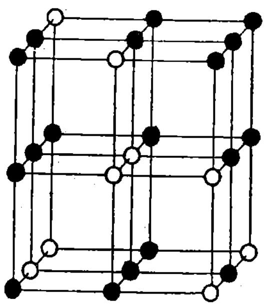
×		

Tri kroglice, ki so dodatno prekrižane, nimajo ustrezne predstavitve v tabelah. S tremi tabelami torej ni možno ustrezno predstaviti odsotnost trojne prireditve.

Koliko rešitev ima naloga predstavljena s tremi tabelami?

NALOGE

1. Reši nalogo, ki je podana s prostorsko mrežo



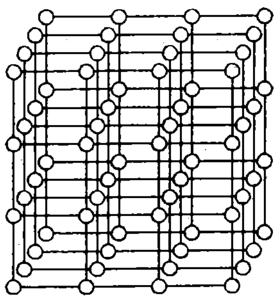
2. Poišči prostorske predstavitve nalog, ki so podane s tremi tabelami:

a)

	δ	γ	β	α
A			×	×
B			×	×
C				
D				

	a	b	c	d
A			×	×
B			×	
C	×			
D				

	a	b	c	d
α		×	×	
β				
γ	×	×		
δ				

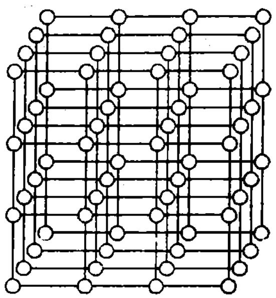


b)

	δ	γ	β	α
A	×	×		
B	×		×	
C	×			
D				

	a	b	c	d
A				
B				×
C			×	×
D		×		

	a	b	c	d
α				
β		×		×
γ		×	×	
δ			×	×

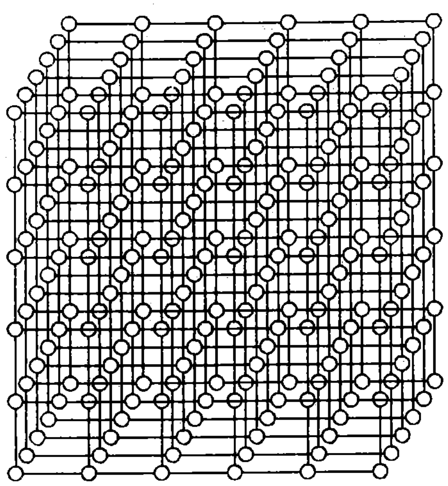


c)

	φ	ε	δ	γ	β	α
A	×					×
B		×				
C	×	×			×	
D						
E	×			×	×	×
F		×				

	a	b	c	d	e	f
A	×	×		×		
B						
C	×	×		×	×	×
D						
E				×		×
F		×				

	a	b	c	d	e	f
α						
β		×			×	×
γ						
δ		×				
ε	×	×			×	×
φ						



PRORAČUNSKA MATEMATIKA

Vir podatkov za naslednje naloge je *Uradni list Slovenije številka 16, leto II.*

1. Celoten proračun znaša 174.374.748.977 SLT

Zbral naj bi se med drugim z:

dohodnino	25.190.000.000
prometnim davkom	70.640.000.000
carinami	33.000.000.000
zadolževanjem	18.790.948.977

a) Koliko odstotkov proračuna odpade na prometni davek?
b) Koliko odstotkov proračuna odpade na dohodnino?
c) Kdo bo odplačal dolgove proračuna?
č) Koliko bo znašalo zadolževanje proračuna, če bo takšen sistem trajal 10 ali 45 let?

2. *Ministrstvo za šolstvo in šport* bo dobilo 23.902.879.840 SLT, od tega:

za plače v osnovni šoli	10.879.209.057	SLT,
za srednje šolstvo	6.101.623.454	SLT,
za visoko šolstvo	4.089.704.564	SLT,
za strokovno literaturo	9.167.873	SLT,
za učbenike in spremembe VIP	10.695.852	SLT.

Pri izračunu nalog upoštevaj naslednje približne podatke: da je v vsaki generaciji 25.000 ljudi in da na 20 dijakov (študentov) pride po en učitelj, šola pa se 16 generacij.

a) Koliko daje država za plače enega osnovnošolskega učitelja?
b) Kolikšni so stroški na enega šolajočega?
c) Kaj dobiš, če proračunska sredstva za učbenike razdeliš s številom šolajočih?

3. Recimo, da stane komplet učbenikov za enega učenca 15.000 SLT.

a) Koliko je to sredstev za vse šolajoče?
b) Koliko od tega dobi država ob 5–odstotnem davku na učbenike?

4. Recimo, da je cena učbenika brez prometnega davka 1.000 SLT. Koliko znaša 5–odstotni davek od tega?

5. Recimo, da je cena učbenika z vračunanim prometnim davkom 1.000 SLT. Kakšna je cena brez prometnega davka? (odg.: za 4,76% manj)

6. Šolska malica stane 800 SLT mesečno. Koliko davka pobere država letno, če vsi šolajoči naročajo malico? Predpostavimo 5–odstotni davek.

7. Recimo, da vsak državljan Slovenije porabi 250 SLT dnevno za prehrano. Koliko prometnega davka pobere država letno na tej osnovi ob 5% davku?

8. Recimo, da vsak državljan Slovenije letno porabi 4.000 SLT za čevlje. Koliko dobi pro-