

(b) obratno.

Recimo, da velja (a). Potem v tretjem prehitevanju ni sodelovala gospa Novak (5). Zato je Novakova prehitevala v 2. prehitevanju in odšla iz Kranja kot tretja. Ženska v modrem avtu je tedaj Petričeva. Orehek je vozil avto, ki je šel iz Kranja četrti (1). Beli avto je tedaj vozil g. Markič. Zato ima Orehek oranžni avto. Sivi avto ostane gospe Novakovi.

Možnost (b). V 3. prehitevanju avto, ki je zapustil Kranj kot tretji, prehitel modri avto. V 4. prehitevanju avto, ki je šel iz Kranja četrti, prehitel Lipovčevo. Ali Novakova lahko vozi modri avto? Recimo, da vozi. Potem ne sodeluje pri drugem prehitevanju in mora v tretjem (4). To ni mogoče, saj je v tem modri avto prehitevan. Gospa Novak torej ne vozi modrega avta, ki ga zato vozi gospa Petričeva. Novakova torej vozi avto, ki je šel iz Kranja tretji. Torej prehiteva v drugem prehitevanju in še v tretjem (kar ni mogoče).

Torej:	začetek	konec	barva
gospa Lipovec	1.	4.	rdeča
gospa Novak	3.	1.	siva
gospa Petrič	2.	2.	modra
gospod Orehek	4.	3.	oranžna
gospod Markič	5.	5.	bela

Prehitevanja (na prvem mestu je hitrejši):	
1. Petričeva	- Lipovčevo
2. Novakova	- Lipovčevo
3. Orehek	- Lipovčevo
4. Novakova	- Petričeva

### 3. naloga: Otroci in sladoled

Šest imen in štirje priimki povedo, da imamo vsaj eno družino z več otroci. Brezovarjevi – pogoj 5 – so že takšni. Irena ima brata, ki je postavil čokolado na zadnje mesto (7), zato spadata v drugo družino. Iz preostalih družin imamo po enega otroka.

Od družin z več kot enim otrokom ima en otrok raje kornet kot lonček (4). Zato je Cilka ena od Brezovarjevih otrok. Ivan je edini, ki ima najraje jagode (2), zato je Cilka postavila čokolado na prvo in jagode na drugo mesto (5). Njen brat je postavil jagode na prvo mesto (1), zato je to Ivan. Po (4) ima raje kornet. Ker ima Ivan najraje jagode, mora Irenin brat imeti najraje vanilijo, potem pa jagode. Po (3) imata dva otroka, Gregor in Ribnikarjev (-a), identični razpored. Če bi oba dala vanilijo na prvo mesto, bi Irena in šesti otrok izbrala čokolado na prvo mesto, vanilijo na drugo (5) in jagode na zadnje. To pa je v nasprotju s (3).

Pogoj (3) nam pove, da sta Gregor in Ribnikar (-jeva) ocenjevala drugače kot Cilka. Edino mogoče je, da sta dala na prvo mesto čokolado, na drugo vanilijo in jagode na zadnje mesto. Ker je Gregor dal jagode na zadnje mesto, ne more biti Irenin brat (7), torej je edinec, ki ima raje kornet (4). Eden od dveh z identičnim okusom ima raje lonček, zato mora biti Irena Ribnikarjev otrok, ki ima isti razpored kot Gregor. Ona ima raje lonček, zato ima njen brat raje kornet. Ta mora biti Klemen, zadnji otrok pa je Iva. Gregor se piše Cvek, Iva pa Kovič.

Ker ima le Ivan najraje jagode in je Ivin razpored različen od drugih, je edina možnost zanjo vanilija (1.), čokolada (2.) in jagode (3.). Kot edinka ima raje kornet.

Odgovor:	Cilka Brezovar	čokolada	jagode	vanilija	lonček
	Ivan Brezovar	jagode	čokolada	vanilija	kornet
	Irena Ribnikar	čokolada	vanilija	jagode	lonček
	Klemen Ribnikar	vanilija	jagode	čokolada	kornet
	Gregor Cvek	čokolada	vanilija	jagode	kornet
	Iva Kovič	vanilija	čokolada	jagode	kornet

## ŠOLA LOGIKE

### Nekaj logičnih nalog

Vse naloge se dogajajo na otoku vitezov in oprod. Vitezi vedno govorijo resnico, oprode pa vedno zanikajo resnico. Drugih prebivalcev na otoku ni. Srečamo dva otočana:  $A$ -ja in  $B$ -ja.

- Recimo, da  $A$  reče: "Če sem jaz vitez, potem je tudi  $B$ ." Ali lahko ugotovimo, kaj sta  $A$  in  $B$ ?
- Recimo, da  $A$  reče: "Če sem jaz vitez, potem velja  $2 + 2 = 4$ ." Ali je  $A$  vitez ali ni?
- Kaj pa, če  $A$  reče: "Če sem jaz vitez, potem velja  $2 + 2 = 5$ ."
- In še:  
 $A$ : "Če je  $B$  vitez, potem sem jaz oproda."
- Tokrat nastopajo trije otočani –  $A$ ,  $B$  in  $C$ .  
 $A$ : "  $B$  je vitez."  
 $B$ : " Če je  $A$  vitez, potem je tudi  $C$ ."  
 Ali lahko določimo, kaj so  $A$ ,  $B$  in  $C$ ?
- Otočan  $A$  izjavi: "Na otoku je zlato, če in samo če sem jaz vitez." Kaj lahko sklepamo?
- Pogovarjata se otočana  $A$  in  $B$ .  $A$  izjavi: "Vsaj eden od naju je oproda." Kaj sta  $A$  in  $B$ ?
- Kaj pa, če  $A$  izjavi: "Jaz sem oproda ali pa je  $B$  vitez.?"
- Recimo, da  $A$  izjavi: "Ali sem jaz oproda ali pa je  $2 + 2 = 5$ ." Kaj lahko sklepamo?

Veliko takšnih in tudi precej težjih nalog lahko najdemo v knjigi *R. Smullyana What is the name of this book?*. (Slovenski prevod je izšel pri DZS: *Poznate naslov te knjige?*.)

Rešimo zdaj zgornje naloge. Uvedimo za vse naloge naslednje oznake:

$A \Leftrightarrow$  Oseba  $A$  je vitez.

$B \Leftrightarrow$  Oseba  $B$  je vitez.

Če oseba  $A$  trdi, da velja izjava  $P$ , potem vemo tole (podobno za osebo  $B$ ):

$A \Leftrightarrow P$

Ali drugače: Če je  $A$  vitez, potem je njegova izjava  $P$  resnična, če pa je  $A$  oproda ( $\neg A$ ), potem  $P$  ni resnica.

1. V prvi nalogi imamo torej na razpolago pogoj  $A \Leftrightarrow (A \Rightarrow B)$

Za njegovo resničnost imamo dve možnosti

$A$ $A \Rightarrow B$ <p>Za resničnost zadnje izjave sta dve možnosti:</p> <table border="0"> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding-right: 5px;"><math>\neg A</math></td> <td style="padding-left: 5px;"><math>B</math></td> </tr> </table> <p>Tu imamo protislovje <math>(A, \neg A)</math></p>	$\neg A$	$B$	$\neg A$ $\neg(A \Rightarrow B)$ <p>Za resničnost zadnje izjave morata biti resnični tudi:</p> <table border="0"> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding-right: 5px;"><math>A</math></td> <td style="padding-left: 5px;"><math>\neg B</math></td> </tr> </table> <p>Toda tu imamo protislovje <math>(\neg A, A)</math></p>	$A$	$\neg B$
$\neg A$	$B$				
$A$	$\neg B$				

Edina možnost je torej, da veljata  $A$  in  $B$ .

Kadar bo neka veja vsebovala protislovno zahtevo, jo bomo odkrižali (x).

2.

$A \Leftrightarrow (A \Rightarrow 2 + 2 = 4)$					
$A$ $A \Rightarrow 2 + 2 = 4$ <table border="0"> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding-right: 5px;"><math>\neg A</math></td> <td style="padding-left: 5px;"><math>2 + 2 = 4</math></td> </tr> </table> <p>x</p>	$\neg A$	$2 + 2 = 4$	$\neg A$ $\neg(A \Rightarrow 2 + 2 = 4)$ <table border="0"> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding-right: 5px;"><math>A</math></td> <td style="padding-left: 5px;"><math>2 + 2 \neq 4</math></td> </tr> </table> <p>x</p>	$A$	$2 + 2 \neq 4$
$\neg A$	$2 + 2 = 4$				
$A$	$2 + 2 \neq 4$				

Edina veja brez protislovja vsebuje  $A$  —  $A$  je vitez.

3.

$A \Leftrightarrow (A \Rightarrow 2 + 2 = 5)$					
$A$ $A \Rightarrow 2 + 2 = 5$ <table border="0"> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding-right: 5px;"><math>\neg A</math></td> <td style="padding-left: 5px;"><math>2 + 2 = 5</math></td> </tr> </table> <p>x</p>	$\neg A$	$2 + 2 = 5$	$\neg A$ $\neg(A \Rightarrow 2 + 2 = 5)$ <table border="0"> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding-right: 5px;"><math>A</math></td> <td style="padding-left: 5px;"><math>2 + 2 \neq 5</math></td> </tr> </table> <p>x</p>	$A$	$2 + 2 \neq 5$
$\neg A$	$2 + 2 = 5$				
$A$	$2 + 2 \neq 5$				

Podatki te naloge so protislovni.

4.

$A \Leftrightarrow (B \Rightarrow \neg A)$					
$A$ $B \Rightarrow \neg A$ <table border="0"> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding-right: 5px;"><math>\neg B</math></td> <td style="padding-left: 5px;"><math>\neg A</math></td> </tr> </table> <p>x</p>	$\neg B$	$\neg A$	$\neg A$ $\neg(B \Rightarrow \neg A)$ <table border="0"> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding-right: 5px;"><math>B</math></td> <td style="padding-left: 5px;"><math>\neg\neg A</math></td> </tr> </table> <p>x</p>	$B$	$\neg\neg A$
$\neg B$	$\neg A$				
$B$	$\neg\neg A$				

$A$  je vitez,  $B$  pa ne.



**Information Handling Services®**

Zastopa in prodaja IR electronic, d.o.o., Zihierlova 2, Ljubljana,

5.

$A \Leftrightarrow B$																	
$B \Leftrightarrow (A \Rightarrow C)$																	
$A$ $B$ <table border="0"> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding-right: 5px;"><math>B</math></td> <td style="padding-left: 5px;"><math>A \Rightarrow C</math></td> </tr> </table> <table border="0"> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding-right: 5px;"><math>\neg A</math></td> <td style="padding-left: 5px;"><math>C</math></td> </tr> </table> <p>x</p>	$B$	$A \Rightarrow C$	$\neg A$	$C$	$\neg A$ $\neg(A \Rightarrow C)$ <table border="0"> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding-right: 5px;"><math>B</math></td> <td style="padding-left: 5px;"><math>A</math></td> </tr> </table> <table border="0"> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding-right: 5px;"><math>\neg B</math></td> <td style="padding-left: 5px;"><math>\neg C</math></td> </tr> </table> <p>x</p>	$B$	$A$	$\neg B$	$\neg C$	$B$ $A \Rightarrow C$ <table border="0"> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding-right: 5px;"><math>B</math></td> <td style="padding-left: 5px;"><math>\times</math></td> </tr> </table>	$B$	$\times$	$\neg B$ $\neg(A \Rightarrow C)$ <table border="0"> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding-right: 5px;"><math>\neg B</math></td> <td style="padding-left: 5px;"><math>A</math></td> </tr> </table> <table border="0"> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding-right: 5px;"><math>\neg B</math></td> <td style="padding-left: 5px;"><math>\neg C</math></td> </tr> </table> <p>x</p>	$\neg B$	$A$	$\neg B$	$\neg C$
$B$	$A \Rightarrow C$																
$\neg A$	$C$																
$B$	$A$																
$\neg B$	$\neg C$																
$B$	$\times$																
$\neg B$	$A$																
$\neg B$	$\neg C$																

Imamo eno živo (neprotislovno) vejo. Na njej so  $A$ ,  $B$  in  $C$ . Vsi trije so torej vitezi.

6. Zaznamujmo  $Z \Leftrightarrow$  Na otoku je zlato.

Pogoj naloge je:

$A \Leftrightarrow (A \Leftrightarrow Z)$									
$A$ $A \Leftrightarrow Z$ <table border="0"> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding-right: 5px;"><math>A</math></td> <td style="padding-left: 5px;"><math>\neg A</math></td> </tr> </table> <table border="0"> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding-right: 5px;"><math>\neg A</math></td> <td style="padding-left: 5px;"><math>Z</math></td> </tr> </table> <p>x</p>	$A$	$\neg A$	$\neg A$	$Z$	$\neg A$ $\neg(A \Leftrightarrow Z)$ <table border="0"> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding-right: 5px;"><math>A</math></td> <td style="padding-left: 5px;"><math>\neg A</math></td> </tr> </table> <table border="0"> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding-right: 5px;"><math>Z</math></td> <td style="padding-left: 5px;"><math>\neg Z</math></td> </tr> </table> <p>x</p>	$A$	$\neg A$	$Z$	$\neg Z$
$A$	$\neg A$								
$\neg A$	$Z$								
$A$	$\neg A$								
$Z$	$\neg Z$								

Na obeh živih vejah imamo  $Z$ , torej zlato je na otoku. Za osebo  $A$  pa ne vemo, kaj je.

7.

$A \Leftrightarrow (\neg A \vee \neg B)$							
$A$ $\neg A \vee \neg B$ <table border="0"> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding-right: 5px;"><math>\neg A</math></td> <td style="padding-left: 5px;"><math>\neg B</math></td> </tr> </table> <p>x</p>	$\neg A$	$\neg B$	$\neg A$ $\neg(\neg A \vee \neg B)$ <table border="0"> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding-right: 5px;"><math>\neg\neg A</math></td> <td style="padding-left: 5px;"><math>\neg\neg B</math></td> </tr> </table> <table border="0"> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding-right: 5px;"><math>A</math></td> <td style="padding-left: 5px;"><math>B</math></td> </tr> </table> <p>x</p>	$\neg\neg A$	$\neg\neg B$	$A$	$B$
$\neg A$	$\neg B$						
$\neg\neg A$	$\neg\neg B$						
$A$	$B$						

$A$  je vitez,  $B$  pa oproda.



8.

$$\begin{array}{l|l}
 A \Leftrightarrow (\neg A \vee B) & \\
 A & \neg A \\
 \neg A \vee B & \neg(\neg A \vee B) \\
 & \neg\neg A \\
 \neg A & B \\
 & \neg B \\
 \times & A \\
 & \times
 \end{array}$$

Oba sta viteza.

9.

$$\begin{array}{l|l}
 A \Leftrightarrow (\neg A \vee 2 + 2 = 5) & \\
 A & \neg A \\
 \neg A \vee 2 + 2 = 5 & \neg(\neg A \vee 2 + 2 = 5) \\
 & \neg\neg A \\
 \neg A & 2 + 2 = 5 \\
 & 2 + 2 \neq 5 \\
 \times & \times \\
 & A \\
 & \times
 \end{array}$$

Naloga je protislovna.

Rešite še naslednje naloge:

1. Skrajšaj izpeljave tako, da znotraj vej uporabiš pravila sklepanja. Pri prvi nalogi to naredimo takole:

$$\begin{array}{l|l}
 A \Leftrightarrow (A \Rightarrow B) & \\
 A & \neg A \\
 A \Rightarrow B & \neg(A \Rightarrow B) \\
 B & A \\
 & \neg B \\
 & \times
 \end{array}$$

2. Tokrat imamo tri osebe:  $A$ ,  $B$  in  $C$ .  $A$  in  $B$  sta izjavila:

$A$ : Vsi mi smo oprode.

$B$ : Natanko eden od nas je vitez.

Kaj so  $A$ ,  $B$  in  $C$ ?

3. Kaj pa, če sta  $A$  in  $B$  rekla:

$A$ : Vsi trije smo oprode.

$B$ : Natanko eden med nami je oproda.

Ali lahko sklepamo, kaj je  $B$ ? Kaj je  $C$ ?

## TEKMOVANJE ZA BRONASTO VEGOVO PRIZNANJE

Pred nami so tekmovanja za *Vegova priznanja*. Kot vemo potekajo v treh krogih: šolska, občinska in republiško tekmovanje. S šolskih tekmovanj objavljamo naloge, ki jih je pripravila *Alenka Brodnik*, učiteljica na *OŠ Dol pri Ljubljani*.

Zmagovalci šolskega tekmovanja za bronasto Vegovo priznanje na OŠ Dol pri Ljubljani:

5. razred 90/91: Matjaž Petek

6. razred 91/92: Tanja Kovše

7. razred 91/92: Alenka Ložar

8. razred 90/91: Maja Koleža

### Naloge za 5. razred

- Dana je premica  $a$ . Načrtaj krožnico  $k$  s polmerom  $r = 3$  cm, katere središče je od premice oddaljeno 5 cm. Kolikšna je razdalja premice  $a$  od najbližje in kolikšna od najbolj oddaljene točke na krožnici?
- Koliko stopinj meri kot, ki ga v 10 minutah opiše:
  - urni kazalec,
  - minutni kazalec?
- Iz kock z robom 1 cm je sestavljena večja kocka z robom 3 cm. Površje kocke je zeleno pobarvano.
  - Koliko malih kock je potrebnih za eno večjo kocko?
  - Koliko malih kock ni pobarvanih?
  - Koliko malih kock ima pobarvano 1 (2, 3, 4) ploskev?
- Breda je stara 13 let, Tine 9 let, Miran 6 let. Čez koliko let bodo vsi skupaj stari 100 let?
- V zapisu 123456789 vstavi med nekatere cifre znaka + ali - tako, da dobiš izraz z vrednostjo 100!

### Naloge za 6. razred

1. Izračunaj vrednost izraza

a)  $\frac{a}{b} \cdot \left(4 \cdot \frac{b}{a} - \frac{b}{a}\right) + \frac{a}{b}$ , če je  $\frac{a}{b} + 3 = 4$ .

b)  $\left(4\frac{2}{5} - 0.2 \cdot 2\frac{2}{3}\right) \cdot \left(\frac{7}{8} + 0.9 \cdot 0.75 \cdot 3\frac{1}{2}\right)$ .

- 10% od neznanega števila je ravno toliko kot 20% od 16.5. Katere število je to?
- Če števili 4373 in 826 delimo z enakim številom, dobimo ostanek 8 oziroma 7. Kolik je delitelj?