

1. $R \Leftrightarrow (R \Leftrightarrow \tilde{Z})$ (pogoj naloge)
2. $R \vee \neg R$ (to je vedno res)
3. $\neg R$ (dodatna predpostavka)
4. $\neg R \Leftrightarrow \tilde{Z}$ (sledi iz 3 in 1 po A , $A \Leftrightarrow B \models B$)
5. $\neg \tilde{Z}$ (sledi iz 3 in 4)
6. $\neg \neg R$ (dodatna predpostavka)
7. $\neg(\neg R \Leftrightarrow \tilde{Z})$ (sledi iz 6 in 1)
8. $\neg \tilde{Z}$ (sledi iz 6 in 7 po zakonu $\neg A$, $\neg(A \Leftrightarrow B) \models B$)
9. \tilde{Z} (sledi iz 2, 3, 5, 6, 8)

Pri reševanju smo uporabili še dve novi pravili sklepanja.

Izidor Hafner

RAZPIS ZA NAJBOLJŠO LOGIČNO NALOGO

Tudi v tem šolskem letu vabimo bralice, da prispevajo svoje logične naloge. Vsaka naloga mora biti opremljena z rešitvijo, imenom in priimkom ter starostjo sestavljalca. Navedite tudi letnik oziroma razred ter šolo, ki jo obiskujete.

Tokrat naj naloge pokažejo uporabnost logike v drugih vedah in vsakdanjem življenju. Primer enostavnejše take naloge:

KEMIKI IN ELEMENTI

Ljudje smo kemijo uporabljali že od nekdaj. Že v predantiki so poznali nekaj elementov, kasneje (v 18. stoletju) pa so jih že "množično" odkrivali in imenovali.

Znanstveniki J. Priestly, H. Cavendish, M. Curie in M. Perey so odkrili štiri elemente: *Po* (polonij), *O* (kisik), *H* (vodik), *Fr* (francij) v letih 1766, 1772, 1898 in 1939. Prva dva znanstvenika sta moška, ostali dve pa ženski. Kdaj in kdo je odkril navedene elemente?

To ugotovite s pomočjo naslednjih trditev:

1. Marie Curie se je rodila leta 1867. Odšla je v Francijo in se tam poročila s Pierrom – prav tako znanstvenikom. Umrla je leta 1934.
2. Francij je odkrila ženska in ga leta 1947 imenovala po svoji (rojstni) domovini.
3. Vodik in kisik sta bila odkrita v istem obdobju.
4. Priestly je odkril svoj element kasneje, kot je bil odkrit vodik.

MATEMATIČNA LINGVISTIKA

Od leta 1982 v Bolgariji potekajo tekmovanja v matematični in računalniški lingvistiki. Običajno se zastavijo trije problemi, ki jih je treba rešiti v 4 urah. Naloge niso standardne, vsebujejo potrebne informacije za rašitev in ne zahtevajo posebnega predznanja. Predpostavlja se, da imajo dijaki dobro lingvistično osnovo, da so sposobni logično misliti in da pristopajo problemom hevristično. Tekmovanja se udeležujejo učenci od 13 do 18 leta starosti.

Zastavljeni probleme lahko razvrstimo v 6 skupin:

- 1) prevajanje
- 2) števnički
- 3) koledar in čas
- 4) dekodiranje
- 5) enostavni raziskovalni problemi računalniške lingvistike
- 6) lingvistični problemi kombinatorične in logične narave

Tule je nekaj zgledov:

1. Problemi prevajanja

Problemi prevajanja so lahko na ravni besed ali stavkov. V prvem primeru je dano n ($n \geq 2$) besed in njihovih prevodov v neznan jezik, vendar v drugem vrstnem redu. Najti je treba dejansko prireditev. V drugem primeru je običajno dano n ($n \geq 2$) stavkov in njihovih prevodov, iz katerih moramo izpeljati različne morfološke, sintaktične in semantične lastnosti neznanega jezika. Na osnovi tega je potrebno prevesti nekaj stavkov v neznan jezik.

Problem 1. Spodaj so zapisane besede v starodavnem indijskem jeziku sanskritu in njihovi prevodi v angleščino, toda v drugem vrstnem redu:

yah, tatha, sarvatra, ekah, yada, tatra, yatra, sarvah
everywhere, where, everybody, when, who, so, there, (the) same one

- a) Poišči korespondenco.
- b) Prevedi v sanskrit: always, in every way, how, simultaneously, then.

Rešitev: Takšne in podobne probleme najlaže rešujemo z ureditvijo besed v tabele. Besede znanega jezika uredimo glede na pomen ali funkcijo, besede neznanega jezika pa po skupnih korenih, priponah in predponah. Besede v angleščini po pomenu razvrstimo glede kraja (where, there, everywhere), načina (so), časa (when) in osebe (who, everyone, same one), vprašalne zaimke (neznano) (when, where, who), zaimke, ki izražajo splošnost (everyone, everywhere), konkretnost (so, there) ali identičnost (same one). Tako lahko zgradimo tabeli

	neznano	splošno	konkretno	identično
mesto	where	everywhere	there	—
način	—	—	so	—
čas	when	—	—	—
oseba	who	everyone	—	same one

1. tabela

	y-	sarv-	t-	ek-
-ah	yah	sarvah	—	ekah
-atra	yatra	sarvatra	tatra	—
-ada	yada	—	—	—
-atha	—	—	tatha	—

2. tabela

Primerjava obeh tabel pripelje do zaključka, da korenji: -ah, -atra, -ada in -atha izražajo osebo, mesto, čas in način zaimka, medtem ko so sarv-, y-, t- in e- predpone, ki zaporedoma izražajo splošnost, nedoločenost, konkretnost in identičnost. Korespondenca je: sarvatra – everywhere, tatra – there, yatra – where, sarvah – everyone, yah – who, ekah – same one, yada – when, tatha – so.

Potrebne zaimke lahko enostavno konstruiramo:

simultaneously = same time = ekada

then = tada

how = yahta

in every way = sarvahta

Problem 2. Dano je nekaj izrazov v havaiščini in njihovi angleški pomeni:

1. Nana i Mauna Kea, piha keia mauna i ka nani.

Look at Mauna Kea, this mountain is full of beauty.

2. Maika'i ka hale o Hina, pu'iwa 'o Liholihi i ka nui o keia hale.

Hina's house is beautiful, Liholihi admires the beauty of this house.

3. Nana 'o Hina i ka moa kane, nana kana kane i ka moa wahine.

Hina looks at the cock, her husband looks at the hen.

4. Kakau 'o Liholihi i ka leka nui i kana keiki kane.

Liholihi writes a long letter to her son.

5. 'olelo maika'i keia i ka 'olelo Hawai'i.

This child speaks Hawaiian well.

Prevedi v angleščino:

1. Nui kana wahine nani.

2. Nui kana nani wahine.

3. 'olelo nani 'o Hina.

4. Nani ka 'olelo o Hina.

Rešitev: S primerjanjem stakov v havaiščini in angleščini lahko ugotovimo pomene besed: nana – to look, hale – house, keia – this itd. Na tej osnovi določimo sintakso stakov v havajščini: predikat (prislovno določilo) (prilastek/kazalni zaimki) subjekt (objekt) (prilastek). Zanimiva je ugotovitev, da je sintaktična vloga v havaiščini odvisna od mesta v stavku. Tako 'olelo lahko pomeni "to speak" ali "language", odvisno od mesta v stavku (glej 5. stavek).

Prevodi stakov v angleščino se glasijo:

1. His beautiful wife is big (long).
2. Her feminine beauty is great.
3. Hina speaks beautifully.
4. The language of Hina is beautiful.

2. Problemi imen za števila (štrevniki).

Drug pomemben sklop problemov se nanaša na števnike. V teh problemih je konstrukcija števnikov odvisna od uporabljenih baze, matematičnih operacij in lingvističnih posebnosti.

Problem 3. Spodaj je nekaj števnikov v jeziku Ainu (ki ga govorijo ne severu Japanske in Sahalinu):

1	shine
10	wan
11	shine ikashama wan
18	tupesan ikashama wan
22	tu ikashama hotne
50	wan e re hotne
56	iwan ikashama wan e re hotne
65	ashikne ikashama re hotne
139	shinepesan ikashama wan e arwan hotne
140	arwan hotne
200	shine wan hotne
300	ashikne hot ikashama shine wan hotne
800	ine shine wan hotne

a) Kateri števili ustrezata naslednjima ainu števnikoma:

tupesan ikashama wan e tupesan hotne
ine hot ikashama iwan shine wan hotne.

b) Napiši v ainu: 117, 189, 480.

c) Pojasni rešitev.

Rešitev: Zanimivost matematičnih operacij jezika Ainu je sistem "štetja naprej". Tako 50 ni "širideset plus deset" ampak "deset v tretji dvajsetici" (opazimo, da je tretja dvajsetica od 41 do 60). V tem jeziku je štetje vnaprej uporabljeno v intervalu $[20K+10, 20(K+1))$, medtem ko je prištevanje uporabljeno v intervalu $(20K, 20K+10)$, $K \geq 1$.

"Tupesan ikashama wan e tupesan hotne" pomeni 158 (18 manj od osme dvajsetice), medtem ko je "ine hot ikashama iwan shine wan hotne" 1280.

117 = arwan ikashama wan e iwan hotne

189 = shinepesn ikashama shinepesn hotne

480 = ine hot ikashama tu shine wan hotne

3. Problemi s koledarjem in časom.

Problemi te vrste odražajo zgodovinski ali umetni koledar in časovni sistem. Pri koledarju morajo dijaki ugotoviti trajanje koledarskih enot (npr. meseca) in princip konstrukcije njihovih imen. Tule je en tak problem:

Problem 4. Datumi v starem japonskem koledarju, ki se je uporabljala na Japonskem do konca prejšnjega stoletja, sestojijo iz komponente "živalskega cikla" (ne, uschi, tora, u-sagi, tatsu, mi, uma, hitsuji, saru, tori, inu, wi) in imen "nebesnega drevesa" (kino-e, kino-to, hino-e, hino-to, tuchino-e, tuchino-to, kano-e, kano-to, mizuno-e, mizuno-to).

Spodaj so datumi nekega koledarskega leta in ustrezna imena starega japonskega koledarja:

1. mizuno-to tori	10. marec
2. tuchino-e uma	24. 4.
3. hino-e tora	2. 5.
4. mizuno-to u-sagi	8. 5.
5. kano-to hitsuji	6. 7.
6. kino-e ne	28. 8.
7. kino-to wi	20. 9.
8. kano-e ne	3. 10.

a) Kateri dnevi po starem Japonskem koledarju ustrezajo datumoma 21.6. in 22.6. istega leta? Zapiši njuni imeni.

b) Zapiši zaporedoma japonska imena vseh dnevov. (Japonski "teden" je tistega leta začel 1.3.)

4. Zelo poenostavljeni raziskovalno lingvistični problemi

Ti problemi so najpomembnejši za matematično lingvistiko. Tu ne obstaja enovit pristop k reševanju, ampak zahteva individualno kreativnost. Dali bomo dva ilustrativna problema.

Problem 5. V računalniški lingvistiki označujemo s "koordinacijo" operacijo, ki briše ponavljajoča zaporedja besed v zaporednih stavkih, ki imajo podobno strukturo, in jih kombinira v en stavek s pomočjo veznika "in". Vzemimo primer iz angleščine. Stavke

The newspaper comments on the bus drivers' strike.

The newspaper comments on the Midle East war.

The newspaper comments on the railroad accident.

transformiramo s koordinacijo v stavek:

The newspaper comments on the bus drivers' strike, the Midle East war, and the railroad accident.

Posebno koordinacijsko pravilo pravi, da lahko dva enostavna stavka SPX , SPY (S – subjekt, P – predikat, X in Y pa sta preostala dela stavka) koordiniramo v stavek " SPX and SPY ". Primer: Peter likes bananas. Peter likes oranges. Peter likes bananas and oranges.

Vendar pa zgornje pravilo ni vedno uporabljivo. Opiši vsaj tri primere različnih vrst, ko takšna koordinacija ne da sprejemljivega rezultata. Kako pa je pri slovenščini?

Problem 6. Prvi računalniški program za komuniciranje v naravnem jeziku (angleščini) je uporabljal t.i. frazne oblike za vhod (IP – input patterns) in odgovor (OP – output patterns). Vsaka oblika je predstavljena z besedami, ločili in znakom "*", ki so vklenjeni v oglati oklepaj. Na primer (* you).

Znak "*" nadomešča eno ali več besed. Rekli bomo, da IP ustreza določeni obliki. Na primer frazi "It's good to see you" in "It's nice to see you" ustreznata omenjeni obliki, fraza "It's good to see you again" pa ne. Vsak vhod IP ima ustrezen odgovor OP .

Če udeleženec dialoga med človekom in računalnikom uporabi neko frazo, ki ustreza obliki IP , potem program odgovori s frazo, ki ustreza ustrejni OP . Poglejmo primer (Are you sure * me?), ki naj bo OP za prejšnjo IP . V tem primeru bo računalnik na frazo "It's good to see you" odgovoril "Are you sure it's good to see me?"

Kot smo videli "*" drži prostor za zaporedje besed. Če je v obliki več zvezdic, jih bomo označevali $*_1$, $*_2$, $*_3$, ...

a) Naj bo (*He is $*_1$, but $*_2$*) IP in (*I believe that you are $*_1$, but $*_2$, too*) ustreznata OP .

Napiši dva vhoda, ki ustreznata IP , vendar bo računalnik odgovor (OP) ustrezen le pri prvem vhodu.

b) Spodaj so tri vhodne oblike:

($*_1$ was $*_2$), ($*$ interesting), (*I remember $*_1$ and $*_2$*).

Za vsako od njih predlagaj ustrezeno odgovorno obliko OP , ki vsebuje vsaj eno zvezdico. Nato pa za vsak IP napiši dva primera, ki ustreza a). Kaj bo odgovoril računalnik?

Rešitev: Stavka "He is tired, but pleased" in "He is young, but he has much money" ustreznata IP . V prvem primeru bo računalnik odgovoril "I believe that you are tired, but pleased, too", v drugem pa "I believe that you are young, but has much money, too".

Predlagamo za OP (*I remember $*_1$ and $*_2$*) in dva vhoda, ki izpolnjujeta a).

Naj bo OP ("So do I remember the day the technician came and disassembled you in pieces").

Nekaj dodatnih nalog [2]:

7. Naj bo X poljuben pojmom in Y njegov rodni pojmom (vsak X je Y). Da bi se izognili ponavljanju, se pogosto uporablja naslednje pravilo računalniške lingvistike: Če srečamo dva zaporedna stavka XZ_1 in XZ_2 , kjer je X subjekt, Z_1 in Z_2 pa sta preostanka stavkov desno od X , potem zamenjamo X s "ta Y " v drugem stavku (in po potrebi uskladimo Z_2 z Y).

Primer: Sprinter je postavil svetovni rekord.

Sprinter je dosegel najboljši čas v zgodovini v teknu na 100 m.

Po uporabi pravila, dobimo:

Šprinter je postavil svetovni rekord.

Ta atlet je dosegel najboljši čas v zgodovini v teku na 100 m.

Znano je, da to pravilo ni vedno sprejemljivo. Opiši vsaj tri tipe okoliščin, kjer pravilo ne da dobrega rezultata.

8. Bodи M množica samostalnikov, ki označujejo nekatere predmete, ki jih moramo razdeliti glede na njihove lastnosti. Lastnosti so predstavljene s prostimi stavki, kjer so ustrezeni samostalni subjekti.

Razmisli, na primer, o množici $\{\text{človek}, \text{volk}, \text{zajec}\}$ in lastnostih "X je živo bitje" in "X je razumno bitje". Objekti množice morajo biti podeljeni na dva razreda, v odvisnosti od posedovanja zgoraj omenjenih lastnosti: prvi razred sestoji iz samostalnikov "volk" in "zajec", katerih objekti imajo samo eno lastnost ("X je živo bitje"), v drugi razred pa sodi "človek", saj imajo ljudje obe lastnosti.

- a) Naj bo p_1, p_2, \dots, p_N množica lastnosti. Koliko je maksimalno število (označimo ga $\text{Max}(N)$) različnih razredov, ki jih določajo te lastnosti?
 b) Izberi tri lastnosti p_1, p_2 , in p_3 in ustrezno množico $\text{Max}(3)$ objektov, tako da vsak objekt sodi v drug razred.

9. Naj bo beseda "pojem" ime za razred objektov (ki so lahko tudi abstraktni), ki imajo skupne lastnosti. Primer: računalnik, stol, rojstni dan itd.

Objekti, ki sodijo v ta razred in niso pojmi, se imenujejo elementi (razreda ali pojma). Na primer Apple-II, Commodore, itd., so elementi pojma "osebni računalnik".

Pojem Y je nadrejen pojmu X natanko tedaj, kadar ja vsak X tudi Y . Pojem "ptica" je, na primer, nadrejen pojmu "golob", pojmu "žival" je nadrejen tako pojmu "golob" kot pojmu "ptica".

Pojmi (in elementi) imajo lahko različne lastnosti. Če so p_1, p_2, \dots, p_N neodvisne lastnosti, potem z $\{ \} p_1 \dots p_K$ označimo množico vseh pojmov (elementov), ki imajo lastnosti p_1, \dots, p_K . (Tem množicam bomo rekli razredi lastnosti $p_1 \dots p_K$; njihovo število je 2^K .)

Primer: Naj bodo p_1, p_2 in p_3 lastnosti, definirane takole: $p_1 = "X \text{ lahko leti}"$, $p_2 = "X \text{ lahko plava (pluje)}"$, $p_3 = "X \text{ rabi gorivo}"$. Potem velja:

$$\begin{aligned} \{\text{hidroplan}\} &\subset \{ \} p_1 \dots p_3 \\ \{\text{avion, vesoljsko plovilo}\} &\subset \{ \} p_1 p_3 \\ \{\text{labod, raca}\} &\subset \{ \} p_1 p_2 \\ \{\text{ladja, motorni čoln}\} &\subset \{ \} p_2 p_3 \\ \{\text{balon, jadralno letalo}\} &\subset \{ \} p_1 \\ \{\text{kajak, kanu}\} &\subset \{ \} p_2 \\ \{\text{avto, motor}\} &\subset \{ \} p_3 \\ \{\text{stol, pero}\} &\subset \{ \} \emptyset \end{aligned}$$

- a) Poišči dve različni zaporedji pojmov, tako da vsako sestoji vsaj iz šestih pojmov in da je vsak pojem nadrejen predhodnemu.

- b) Bodи X katerikoli pojem. Da se izognemo ponavljanju, v matematični lingvistiki pogosto uporabimo tole pravilo: "Če dva stavka $X Z_1$ in $X Z_2$ (X je subjekt, Z_1 in Z_2 pa sta preostala dela stavkov desno od X) nastopata drug za drugim, potem zamenjammo X s "Ta Y " v drugem stavku in primerno prilagodimo Z_2 .

Primer: "Orel visoko leta. Ta orel je ogrožena vrsta."

Ko uporabimo pravilo, dobimo: "Orel visoko leta. Ta ptica je ogrožena vrsta."

Ali je opisana zamenjava vedno sprejemljiva?

- c) Opredeli štiri neodvisne lastnosti p_1, p_2, p_3, p_4 in opiši 16 njihovih razredov.
 d) Opredeli tri neodvisne lastnosti, tako da vsak razred vsebuje neskončno pojmov (elementov).

10. Dano je nekaj madžarskih besed in njihovih angleških prevodov (vendar pa prevodi niso dani v ustrezнем zaporedju):

közsgedben, gépünkért, velünk, géped, érted, közsérgért, tőlem, tüztől

with us, for our machine, for you, from fire, in your village,
 your machine, from me, for village

- a) Poišči korespondenco med madžarskimi in angleškimi besedami. Pojasni sestavo madžarskih besed.
 b) Prevedi v madžarščino: from my village, in fire, for us.
 c) Prevedi v angleščino: tőled, községen.

11. Dano je zaporedje osmih berberskih besed, zapisanih v originalnem pismu. Potem so dane besede v latinski transkripciji in ustrezni angleški prevodi, vendar v drugem vrstnem redu od originalov:

≠ □ : □ ≠ □ □ T ≠ | □ : □ ≠ : □ : || ≠

| □ □ X | □ : || □ : □ | □ : ||

amtar — man, tamart — woman, timtarin — women

afunas — bull, tifunasin — cows, ifunasen — bulls

izamarən — rams, tagmart — mare

- a) Prevedi v berberščino in zapiši v originalnem pismu besedi: cow, men.
 b) Prevedi v angleščino in zapiši v latinski transkripciji: □ □ T
 c) Zapiši v originalu: tafust, agra.

12. Dan je seznam števnikov v jeziku Maya kot jih je zapisal španski raziskovalec de la Rosa leta 1746:

1 hun	41 huntuyoxkal
2 ca	50 lahuyoxkal
3 ox	60 oxkal
4 can	70 lahucankal
5 ho	80 cankal
8 uaxac	90 lahuyokal
9 bolon	92 lahcatuyokal
10 lahun	100 hokal
11 buluc	101 huntuackal
12 lahca	120 uackal
13 oxlahun	200 lahunkal
14 canlahun	220 buluckal
15 holhun	260 oxlahukal
16 uaclahun	280 canlahukal
17 uuclahun	380 bolonlahukal
18 uaxaclahun	386 uactuhunbak
19 bolonlahun	400 hunbak
20 hunkal	415 hunbakcatacholhun
21 huntukal	489 cantubakcatacabolon
22 catukal	500 hotubak
30 lahucakal	900 hotuyoxbak
39 bolonlahutukal	947 uuctuyoxbakcatacuuc
40 cakal	1200 oxbak
	8000 pic

- a) Pojasni strukturo števnikov od 1 do 8000 v jeziku Maya.
 b) Zapiši števниke za 88, 221, 253, 395, 479, 1405, 7654.

13. Dane so besede in fraze v angleščini in njihovi prevodi v umeten jezik, ki sestoji iz števk in črk:

flood rain	1C
(he) recovers (health)	24B
(he) heals	34B
a war is being waged	5E
(he) lulls to sleep	3D
(he) falls asleep	2D
(he) sleeps soundly	1D
(he) gets better (health)	6B
war	E
sleep	7D

- a) Prevedi v umetni jezik: (he) wakes up, (he) starts (from his sleep), (he) sleeps with one eye open, (it) drizzles, disease.
 b) Prevedi v angleščino: 1E, 4E, 25E, 35E, 5C, 15C, 17B.

Literatura:

- [1] Ruslin Mitkov, *High School Mathematical and Computational Linguistic Activities in Bulgaria*, Mathematics Competitions Vol 3 No. 2 (1990), str. 41 – 52.
 [2] Ruslin Mitkov, *Mathematical and Computational Lingvistic Problems*, Mathematics and Informatics, Vol 1, No. 2 (1991), str. 43 – 50.

MATKA - ČASOPIS ZA MLADE MATEMATIKE

MATKA je časopis za mlade osnovnošolske matematike in računalnikarje, ki ga izdaja Hrvaško matematično društvo. Letno izidejo 4 številke, enoletna naročnina znaša 20 DEM, oziroma 20 kn na Hrvaškem. Časopis lahko naročite na naslov Društva: Zagreb, Bjenička 30.

Vsebina 11. številke: Möbiusov trak, Problem štirih barv, Kako določiti zemljepisno širino svojega mesta, Pitagorova enačba, Modeli geometrijskih teles, Spominsko tekmovanje "Jelena Zrinski", Matematična veselica, Naloge iz zgodovine, Učenci nam pišejo, Evklidov alogoritem, Peto regionalno tekmovanje iz matematike, Izbrane naloge, Rešitve nalog iz 10. številke, Kotiček za najmlajše.

Poskusimo rešiti matematično križanko Zdravka Kurnika iz 8. številke in nekaj nalog za najmlajše.

Matematična križanka "Osmica"

Vodoravno:

1	2	3	4	
5				6
7				8
9				10
11	12	13		
			14	
15			16	
17			18	19
20			21	
22	23	24		
			25	

Navpično:

1. $37^3 - 21^3$
2. $D(308, 374, 418)$
3. $10^2 - 8^2$

4. Ploščina pravokotnika, katerega stranici sta dve zaporedni lihi števili, obseg pa ima enak 1248